

APPROCCIO ENERGETICO ALLA MODELLAZIONE DELLE ESPLOSIONI

Ing. Antonio FIDELIBUS – ATECOS s.r.l.



L'esplosione di qualunque sostanza rappresenta un rilascio di energia in tempi molto contenuti. Tale rilascio provoca una variazione dello stato di equilibrio dell'aria circostante che genera un'onda di sovrappressione ed un flusso di calore; altro effetto che si manifesta a seguito di un'esplosione, come noto, è quello della proiezione di missili. La somma delle energie associate a ciascuno di tali fenomeni trova un limite superiore nella quantità di energia rilasciata dall'esplosione stessa, sia che tale reazione provenga da una reazione chimica (come nel caso di miscele esplosive o di prodotti esplodenti) sia che si tratti di un'attrezzatura in pressione.

Per studiare gli effetti su persone e cose, dunque, è utile affrontare il problema con metodi legati alle energie in gioco. In questo articolo si affronta il tema della valutazione della sovrappressione.

Lo stato dell'aria che circonda un fenomeno esplosivo subisce una perturbazione che può essere molto estesa nelle dimensioni, ma che si sviluppa nell'arco di decimi di secondo. Le equazioni che descrivono tale stato possono essere schematicamente distinte in due fasi: la prima è quella iniziale durante la quale si ha il rilascio di energia, che nella formulazione matematica proposta si sviluppa nell'arco di tempo $0-\tau$; la seconda (da τ a t) è quella in cui si verifica la diffusione dell'energia rilasciata nello spazio circostante e ciò avviene tra l'istante τ e t .

Durante la prima fase, supponendo che l'esplosione di un volume V_s di sostanza esplosiva rilasci una quantità "e" di energia riferita al volume V_s (densità di rilascio energetico della sostanza) l'equazione di stato segue la legge:

$$(1) \quad p V_p = e V_s + p_0 V_p = nRT = \mathcal{E} + \mathcal{E}_0$$

essendo:

p il valore della pressione totale

V_p il volume di aria circostante all'esplosione soggetto alla perturbazione generata dalla sovrappressione

p_0 la pressione iniziale (che nel caso di ambienti in pressione o in depressione non corrisponde alla pressione atmosferica)

V_s il volume di sostanza esplosiva, che corrisponde al volume della miscela esplosiva nel caso di polveri o gas, al volume della sostanza nel caso di esplosivi oppure al volume del contenitore nel caso di attrezzature in pressione

T è la temperatura assoluta

\mathcal{E}_0 è l'energia associata allo stato indisturbato del sistema

\mathcal{E} è l'energia introdotta dall'esplosione

L'equazione (1) si può riscrivere:

$$(2) \quad (p - p_0) V_p = e V_s = p^* V_p$$

essendo p^* la sovrappressione relativa. Differenziando la seconda parte dell'equazione (2) si ottiene:

$$(3) \quad d(p^* V_p) = d(e V_s)$$

Supponendo che durante la reazione/rilascio di energia il termine "e" resti costante si ottiene quindi:

$$(4) \quad V_p dp^* + p^* dV_p = e dV_s$$

Quando la perturbazione trova un ostacolo che ne impedisce l'espansione di volume la (4) diventa:

$$(5) \quad dp^* V_p = e dV_s$$

Trascurando la perturbazione dell'aria circostante che si verifica durante l'esplosione, dall'equazione (4) si ricava:

$$(6) \quad \int_{\tau}^t V_p dp^* + \int_{\tau}^t p^* dV_p = e \int_0^{\tau} dV_s$$

Per esplicitare i termini di tale equazione si ipotizzano possibili forme geometriche dei volumi V_p e V_s . Ci occuperemo in questa sede a titolo esemplificativo di alcuni casi semplici.

Laddove l'espansione di volume avvenga in un ambiente in cui non ci siano ostacoli oppure in cui gli ostacoli presenti creino interferenze trascurabili alla propagazione della perturbazione (fig. 1a), tale propagazione avviene secondo una sfera di raggio r_p che cresce nel tempo con la velocità del suono v_s secondo la relazione: $r_p = v_s t$. Il volume perturbato sarà dunque:

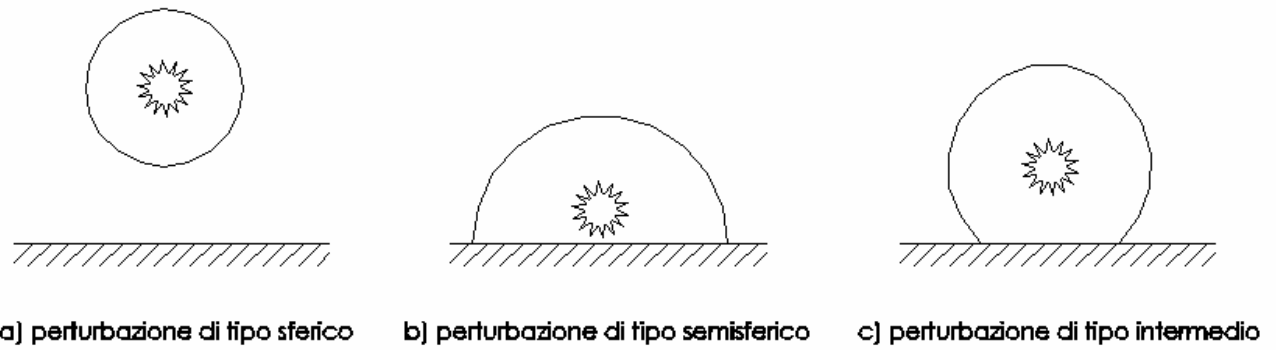


Fig. 1a: Tipologie di perturbazione

$$(7) \quad V_p = \frac{4}{3} \pi r_p^3 = \frac{4}{3} \pi (v_s t)^3$$

In ambienti non confinati, invece, con rilasci di grandi quantità di energia e nel caso in cui l'altezza da terra del punto di innesco sia trascurabile rispetto alla dimensione del volume perturbato, la geometria descritta è quella di una semisfera (fig. 1b), e quindi vale la relazione:

$$(8) \quad V_p = \frac{2}{3} \pi r_p^3 = \frac{2}{3} \pi (v_s t)^3$$

Nei casi intermedi (fig 1c) il numeratore della frazione può avere valori compresi tra 2 e 4. Una semplice derivazione delle equazioni (7) e (8) porta rispettivamente alle seguenti:

$$(9) \quad dV_p = 4\pi v_s^3 t^2 dt$$

$$(10) \quad dV_p = 2\pi v_s^3 t^2 dt$$

Per quanto concerne il termine V_s considereremo due casi: quello di un candelotto di dinamite e quello di una miscela di gas.

Si indichi convenzionalmente con v_r la velocità della reazione chimica per le sostanze esplodenti e v_f la velocità di fiamma per esplosioni di miscele. Nel caso del candelotto di forma cilindrica di sezione A_s e lunghezza L pari a $v_r \tau$ l'espressione del volume di sostanza esplosa V_s in funzione del tempo risulta:

$$(11) \quad V_s = A_s v_r \tau; \quad 0 \leq \tau \leq L / v_r$$

Si consideri che nel caso degli esplosivi v_r può arrivare a 8-9.000m/sec.

Nel caso di miscele di gas o di polveri l'individuazione della funzione V_s è più articolata. Dopo la combustione di una quantità di miscela esplosiva V_s contenuta nella sfera di raggio $r=v_f\tau$, i gas di combustione occupano il volume EV_s , dove "E" è il fattore di espansione, citato in vari testi della letteratura specializzata. Ipotizzando che l'innesco di un volume di miscela esplosiva V_s di forma sferica avvenga al centro di tale sfera, l'espansione dei gas combusti costringerà il residuo volume di miscela ad occupare una corona sferica (fig. 2). Si avrà dunque:

$$(12) \quad dV_s = V_s(\tau+d\tau) - V_s(\tau)$$

in cui:

$$(13) \quad V_s(\tau) = \frac{4}{3}\pi(v_f\tau)^3 E$$

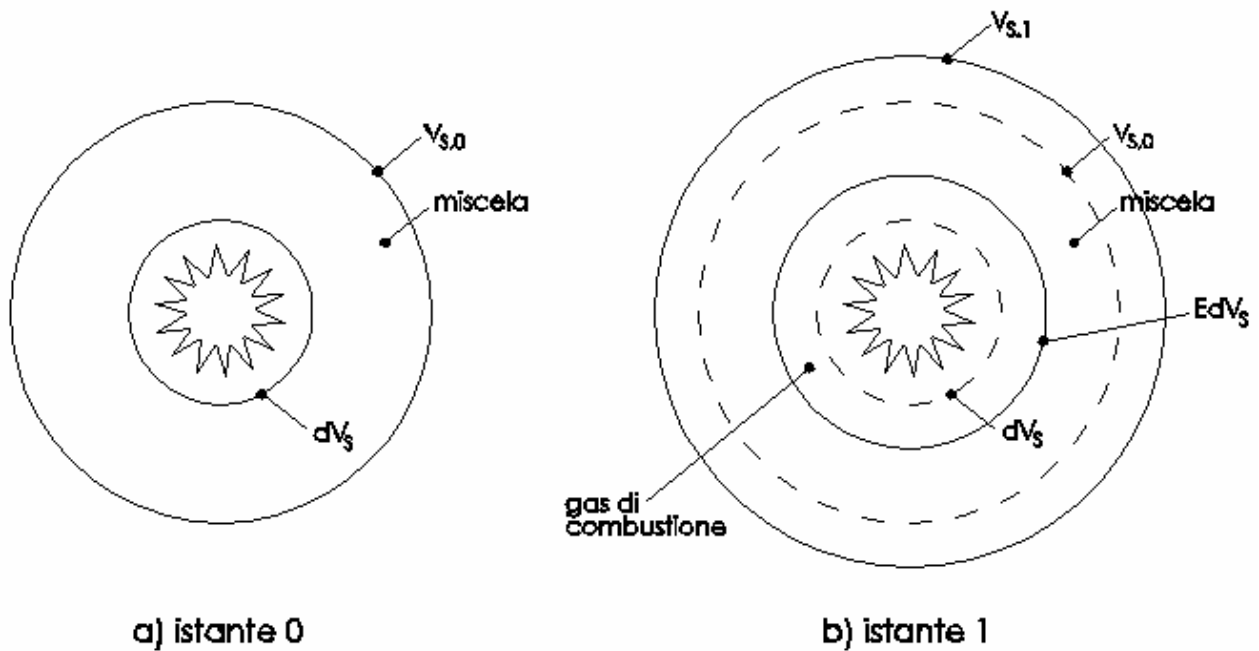


Fig. 2: Espansione di volume di una miscela esplosiva

Poiché il raggio di tale sfera può essere per definizione calcolato con la formula:

$$(14) \quad r_s(\tau) \therefore \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}V_s(\tau)}$$

risulta:

$$(15) \quad r_s(\tau) = v_f\tau\sqrt[3]{E}$$

e pertanto:

$$(16) \quad V_s(\tau + d\tau) = \frac{4}{3}\pi[r_s(\tau) + dr_s]^3 = \frac{4}{3}\pi(v_f \sqrt[3]{E})^3[\tau + d\tau]^3$$

Trascurando gli infinitesimi di ordine superiore risulta:

$$(17) \quad V_s(\tau + d\tau) = \frac{4}{3}\pi v_f^3 E[\tau^3 + 3\tau^2 d\tau]$$

Sostituendo la (13) e la (17) nella (12) si ottiene:

$$dV_s = \frac{4}{3}\pi v_f^3 E[\tau^3 + 3\tau^2 d\tau] - \frac{4}{3}\pi(v_f \tau)^3 E$$

e dunque:

$$(18) \quad dV_s = 4\pi v_f^3 E \tau^2 d\tau$$

In conclusione, nel caso di esplosione di miscela di gas/polveri in ambiente non confinato la (4) diventa:

$$(19) \quad dp^* \frac{2}{3}\pi(v_s t)^3 + p^* 2\pi v_s^3 t^2 dt = e 4\pi v_f^3 E \tau^2 d\tau$$

con $t > \tau$ e $0 \leq \tau \leq \tau_{\max}$, in cui τ_{\max} rappresenta il tempo necessario per completare la reazione di tutto il volume V_s di sostanza esplosiva. Integrando la (19) si ricava:

$$(20) \quad \int_{\tau}^t \frac{2}{3}\pi(v_s t)^3 dp^* + \int_{\tau}^t 2\pi v_s^3 p^* t^2 dt = 4\pi e v_f^3 E \int_0^{\tau} \tau^2 d\tau$$

Al secondo termine compare l'energia rilasciata tra 0 e τ , mentre il primo termine descrive la perturbazione dello spazio nell'arco di tempo $\tau-t$.

L'equazione (20) può essere adimensionalizzata dividendola per il termine $2\pi e r_{s,\max}^3$ che, in considerazione della (15), può essere scritta come:

$$(21) \quad 2\pi e r_{s,\max}^3 = 2\pi e (v_f \tau_{\max})^3 E$$

Si ricava quindi:

$$(22) \quad \int_{\tau}^t \frac{1}{3E} \left(\frac{v_s}{v_f} \frac{t}{\tau_{\max}} \right)^3 \frac{1}{e} dp^* + \int_{\tau}^t \left(\frac{v_s}{v_f} \right)^3 \frac{p^*}{eE} \frac{t^2}{\tau_{\max}^3} dt = 2 \int_0^{\tau} \frac{\tau^2}{\tau_{\max}^3} d\tau = \frac{2}{3} \left(\frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^3$$

E' interessante notare che il termine "e" (densità del rilascio di energia) ha le dimensioni di una pressione.

Nell'equazione (22) fissato τ il secondo termine dell'equazione resta costante e la perturbazione può essere letta nelle variabili t e p (primo termine). L'equazione (22) risulterà dunque della forma:

$$(23) \quad \int_{\tau}^t c_1 t^3 dp^* + \int_{\tau}^t c_2 p^* t^2 dt = c_3$$

In altre parole, si può affermare che ad ogni valore di τ sono associate curve di p^* in funzione di t corrispondenti ad un rilascio di energia generato da una sfera di miscela di raggio $r_s(\tau)$.

Al fine di diagrammare la (23) si può procedere trasformandola in equazione alle differenze finite; risulta:

$$(24) \quad c_1 \sum_{n=n_\tau}^{\infty} (n\Delta t)^3 \Delta p^* + c_2 \sum_{n=n_\tau}^{\infty} p^* (n\Delta t)^2 \Delta t = c_3$$

Fissato " n_τ " e posto che il valore iniziale di p^* è pari a 0, per ogni valore di τ si ottiene il valore di Δp in ciascun istante t e dunque p^* .

Raggruppando tutti i termini costanti, la (19) può essere riscritta nella forma:

$$(25) \quad c_4 t^3 dp^* + c_5 p^* t^2 dt = c_6$$

L'equazione (25) si risolve per parti ed ha una soluzione particolare per $c_6=0$; dunque:

$$(26) \quad \frac{dp^*}{dt} = -\frac{c_5}{c_4} \frac{p^*}{t}$$

dove t è limitato inferiormente da τ . L'equazione (26) ci dice che:

- quanto più è alto il livello di sovrappressione raggiunto, tanto più veloce sarà il decadimento della sovrappressione
- in tempi molto lunghi (cioè quando la perturbazione interessa volumi molto ampi) la sovrappressione si stabilizza poiché per $t \rightarrow \infty$, il valore di $dp/dt \rightarrow 0$

Le considerazioni sopra espresse sono confermate dai diagrammi riportati nelle figure che seguono che descrivono la sovrappressione p^* al variare del tempo t .

Sul tema sono in corso approfondimenti scientifici; la validazione dei risultati sarà condotta presso il campo prove della società ATECOS. I risultati verranno proposti in successive pubblicazioni.

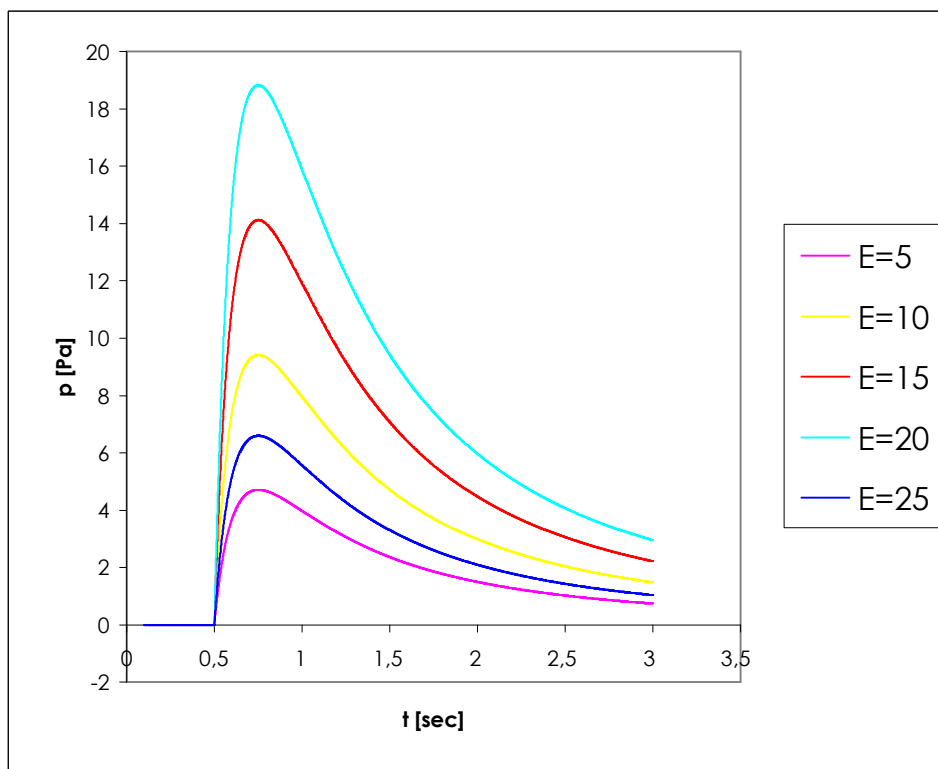


Fig. 3 – Diagramma della sovrappressione in funzione del tempo al variare del fattore di espansione E

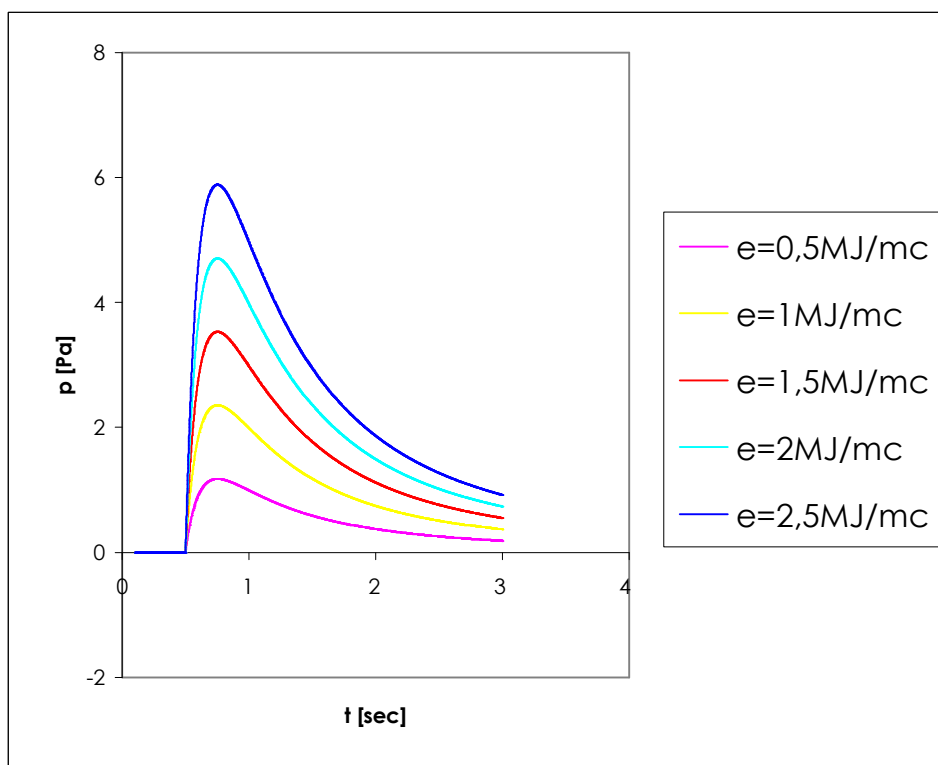


Fig. 4 – Diagramma della sovrappressione in funzione del tempo al variare della densità di rilascio energetico e

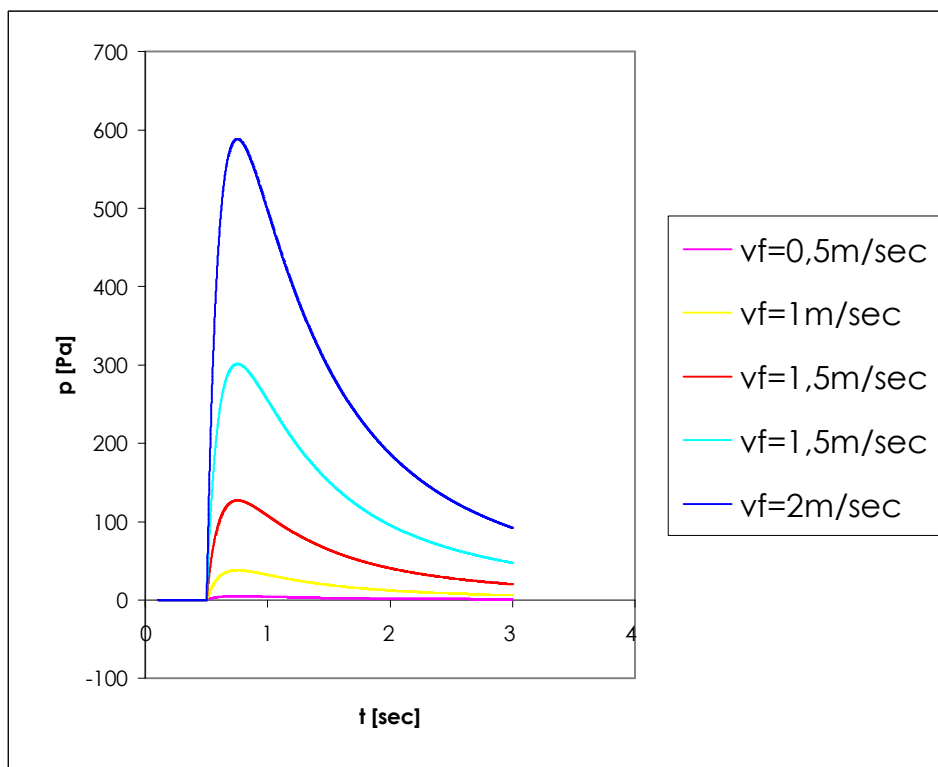


Fig. 3 – Diagramma della sovrappressione in funzione del tempo al variare della velocità di fiamma v_f